

Komputerowa analiza przepływów turbulentnych i indeksu Dow Jones

Rafał Ogrodowczyk
Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Chełmie
Wiesław A. Kamiński
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie

W badaniach porównano charakterystyki szybkozmiennych szeregów czasowych indeksu DJIA¹ oraz szeregów czasowych prędkości z przepływów turbulentnych. Uzyskane rezultaty potwierdziły wcześniejsze przewidywania, że dopiero szybkozmiennne dane finansowe mogą być porównywalne z danymi turbulentnymi. Obliczenia przeprowadzono używając pakietu Mathematica.

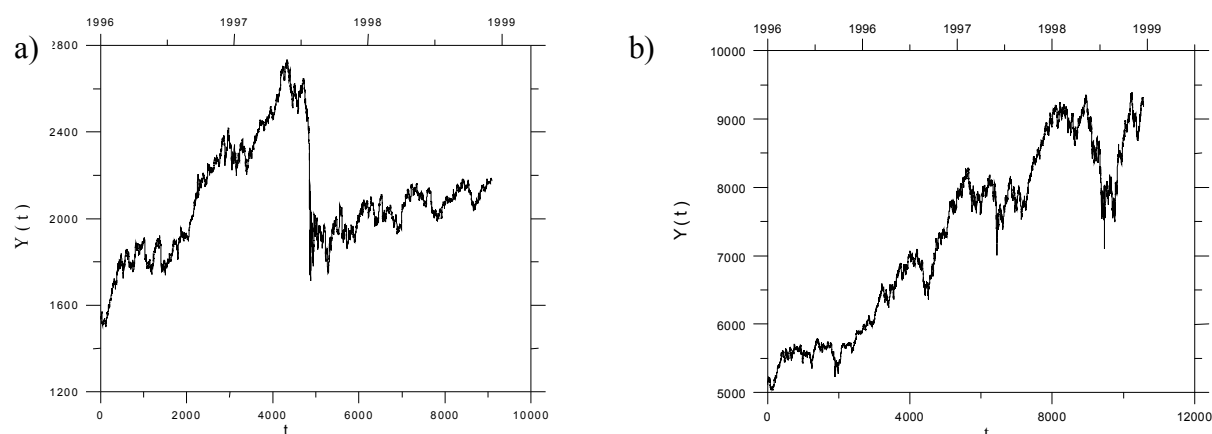
In the presented investigations the high-frequency, time series of DJIA index as well as the time series of velocity from the turbulent flows are compared. The obtained results have confirmed earlier expectations that high - frequencies financial data may be comparable with the turbulent data. All the calculations have been accomplished in Mathematica package, short description of which is also included in the work.

1. Analizowane dane

Analizie porównawczej poddano szeregi czasowe indeksu giełdowego DJIA¹ oraz dane turbulentne zarejestrowane w Instytucie Maszyn Ciepłych Politechniki Częstochowskiej². Tabela 1 zawiera szczegółowe informacje o danych pochodzących z giełdy w Nowym Jorku. Ich graficzną reprezentację przedstawiają rysunki 1a i 1b.

Tabela 1. Charakterystyka analizowanych szeregów czasowych indeksu DJIA.

Lp.	Od kiedy notowany	Do kiedy notowany	Długość szeregu	Częstość próbkowania
1.	02.01.1986r.	30.12.1988r.	9086	co 60 min. – rok 1986 co 30 min. – 1987-1988
2.	02.01.1996r.	31.12.1998r.	10562	co 30 min.

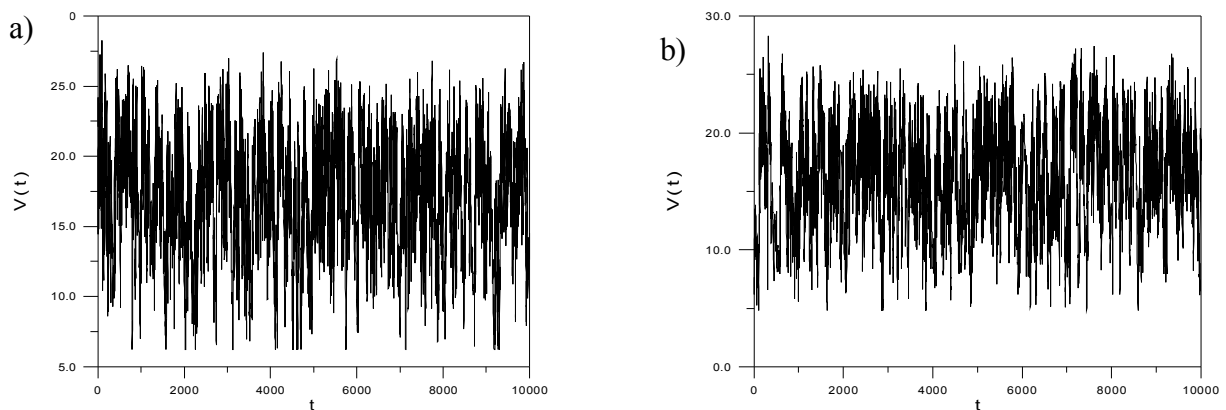


Rys. 1. Czasowa ewolucja indeksu DJIA w okresie (a) od 02.01.1986r. do 30.12.1988r. (b) od 02.01.1996r. do 31.12.1998r.

¹ Indeks Dow Jones Industrial Average (DJIA) z giełdy w Nowym Jorku (USA). Dane zakupiono dla Zakładu Fizyki Systemów Złożonych UMCS w Lublinie

² Dane uzyskane dzięki uprzejmości dr hab. inż. Romana Klajny oraz mgr inż. Marcina Panowskiego z Instytutu Maszyn Ciepłych Politechniki Częstochowskiej.

Dane turbulენტne uzyskano w trakcie przeprowadzonych badań eksperymentalnych rozkładów prędkości w warstwie przyściennej, w której przepływ ma charakter turbulენტny. Tym samym otrzymane zależności czasowe prędkości mają charakter losowy. Dane rejestrowane były sondą termooanemometryczną. W badanym układzie liczbę Reynoldsa oceniono na $Re=6000$. Częstotliwość próbkowania wynosiła 25000 Hz, zaś sygnał próbkowano przetwornikiem o zakresie do 10 V z 4096 poziomami kwantyzacji. Rysunki 2a i 2b przedstawiają czasową zależność prędkości analizowanych danych turbulენტnych.

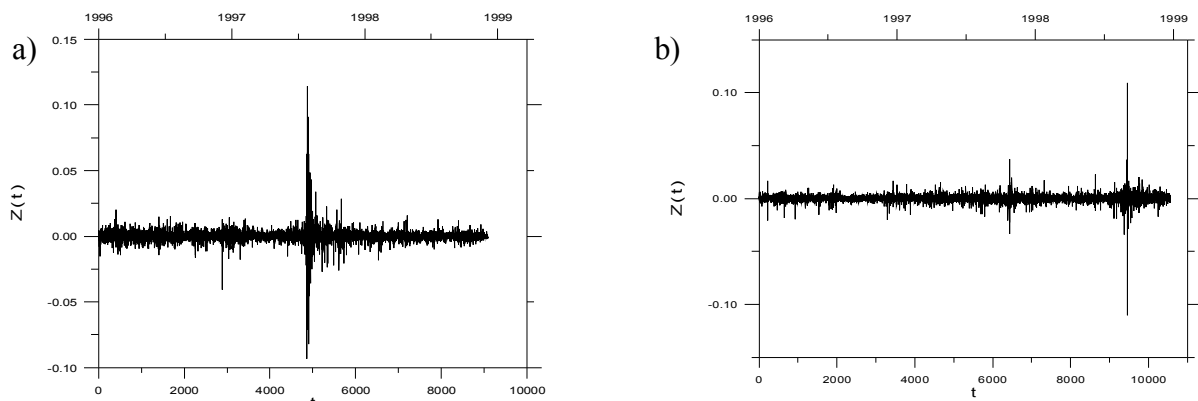


Rys. 2 Czasowa ewolucja prędkości $V(t)$ płynu w przepływie turbulენტnym. Zależność uzyskana dla serii pomiarowej nr 1 (a), dla serii pomiarowej nr 2 (b).

Usunięcie naturalnych korelacji z danych giełdowych polega na analizie logarytmicznej stopy zwrotu ($Z(t)$), a nie szeregów czasowych ceny (kursu) akcji.

$$Z(t) = \ln Y(t + \Delta t) - \ln(t), \quad (1)$$

We wzorze (1) $Y(t)$ oznacza wartość indeksu w chwili t . Otrzymane stopy zwrotu przedstawiają rys. 3a i 3b.



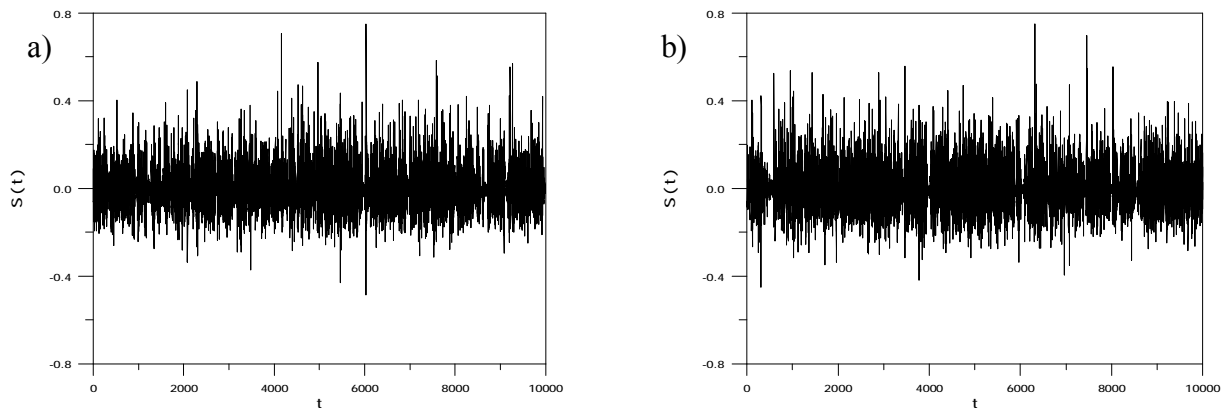
Rys. 3. Logarytmiczne stopy zwrotu $Z(t)$ indeksu DJIA z lat (a) 1986-1988, (b) 1996-1998.

Analogicznym przekształceniom poddano dane turbulენტne. W tym przypadku celem było wykrycie zjawiska intermittenccji³ w obrazowy sposób wskazującego na losową zmienność prędkości w trakcie przepływu turbulენტnego. Zdefiniowano tym celu logarytmiczną różnicą prędkości:

$$S(t) \equiv \ln V(t + \Delta t) - \ln V(t). \quad (2)$$

³ J.W. Elsner, *Turbulencja przepływów*, Warszawa 1987, s. 123, s. 154.

$V(t)$ jest wartością prędkości w chwili t . Otrzymany przekształcony szereg czasowy prezentują rysunki 4a i 4b. Dalej będziemy go dyskutować jako szereg IMCPC



Rys. 4. Logarymiczne różnice prędkości dla szeregu czasowego uzyskanego z serii pomiarowej 1 (a), z serii pomiarowej 2 (b).

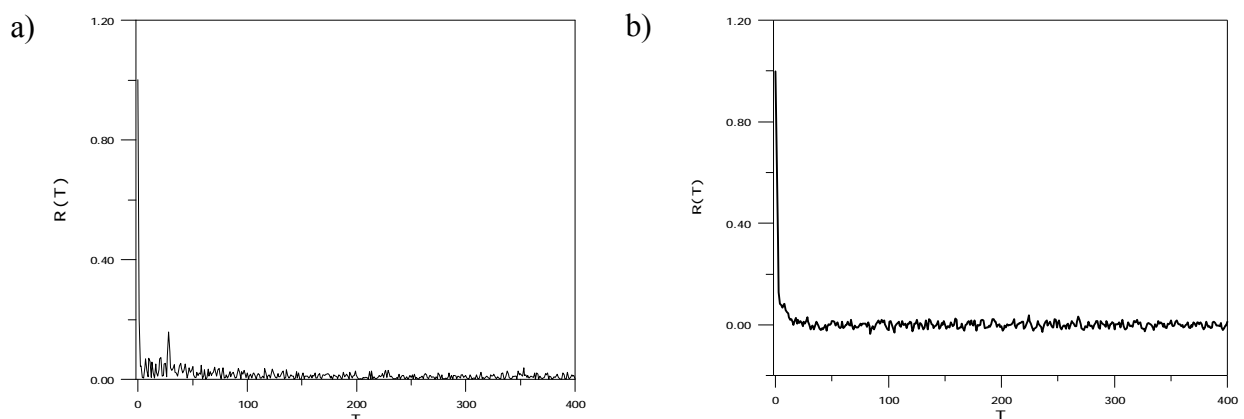
Należy podkreślić, że zarówno dane turbulენტne jak i szeregi czasowe indeksu DJIA wykazują intermittencję. W przypadku analizowanych serii pomiarowych przedstawiających zależność prędkości płynu od czasu losowa zmienność jest znacznie większa niż dla danych finansowych. Wynika to z faktu, iż położenie czujnika rejestrującego wartości prędkości było dobrane tak, aby stale znajdował się w obszarze przepływu turbulენტnego.

2. Analiza porównawcza szeregów czasowych

Szeregi czasowe zostały przeanalizowane przede wszystkim ze względu na występowanie w nich autokorelacji. W tym celu użyto funkcji autokorelacji $R_{xx}(t_1, t_2)$ zdefiniowanej w sposób⁴:

$$R_{xx}(t_1, t_2) = \frac{E\{[X(t_1) - E(X(t_1))][X(t_2) - E(X(t_2))]\}}{\sigma(t_1)\sigma(t_2)}, \quad (3)$$

gdzie $\sigma(t_1)$ i $\sigma(t_2)$ oznaczają odchylenia standardowe w chwilach t_1 i t_2 . Wyniki uzyskane dla obu dyskutowanych typów szeregów przedstawiono na rys. 5.

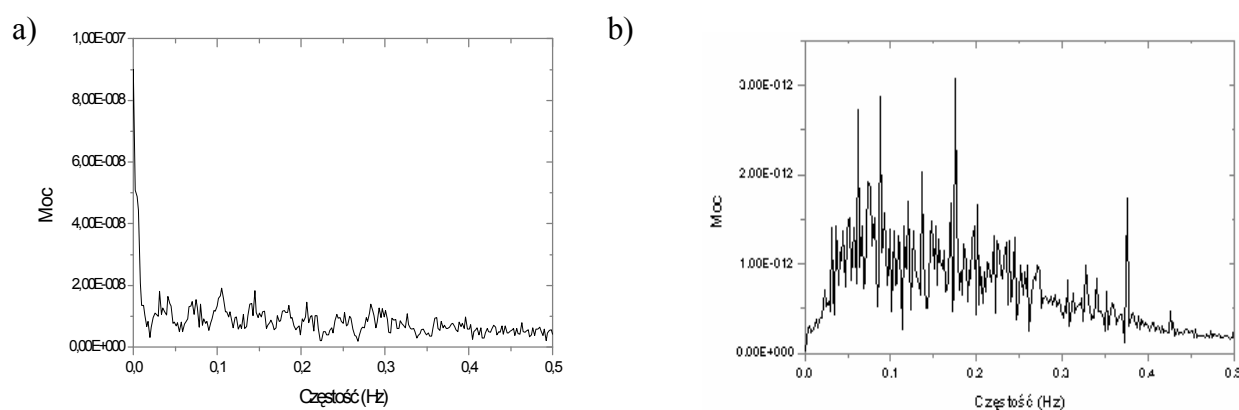


Rys. 5. Funkcja autokorelacji logarymicznych stóp zwrotu dla (a) indeksu DJIA (1986-1988) oraz (b) logarymicznych różnic prędkości z serii pomiarowej 1. Szczegóły w tekście.

⁴ J.W. Elsner, *Turbulencja przepływów*, Warszawa 1987, s.22.

Wynika z nich jasno, że dla szeregów czasowych kapitałowych nie występują istotne korelacje (jedynie dla $T \leq 2$ możemy mówić o takiej zależności). W przypadku szeregu IMCPC obserwować można (rys. 5b) pojawiające się korelacje nawet dla punktów odległych o $T \approx 10$. Dla $T > 10$ funkcja $R_{xx}(T)$ przyjmuje wartości bliskie zero. Te zauważalne różnice między obu systemami wskazują na inny charakter zależności między sąsiednimi wartościami analizowanych szeregów czasowych. Dodatkowo różnice mogą mieć źródło w tym, iż dane finansowe badane w niniejszej pracy nie są danymi „ciągłymi”. W literaturze⁵ wyraźnie wskazuje się, że czas korelacji dla szeregów czasowych kapitałowych jest rzędu minut, co wymaga dysponowania danymi z notowań ciągłych. Analizowane w tej pracy dane DJIA nie spełniają tego warunku.

Omawiane szeregi czasowe poddano również analizie widmowej, celem której było wykrycie charakterystycznych długości cykli oraz określenie rodzaju widma. Pozwala to wyznaczać trend w rozpatrywanych danych finansowych. Badanie widmowe wykorzystuje transformatę Fouriera z funkcji autokorelacji. Otrzymane wyniki przedstawiają rys. 6a i 6b.



Rys. 6. Widmo gęstość mocy dla indeksu DJIA (1986-1988) (a), dla szeregu IMPCA z serii pomiarowej 1 (b).

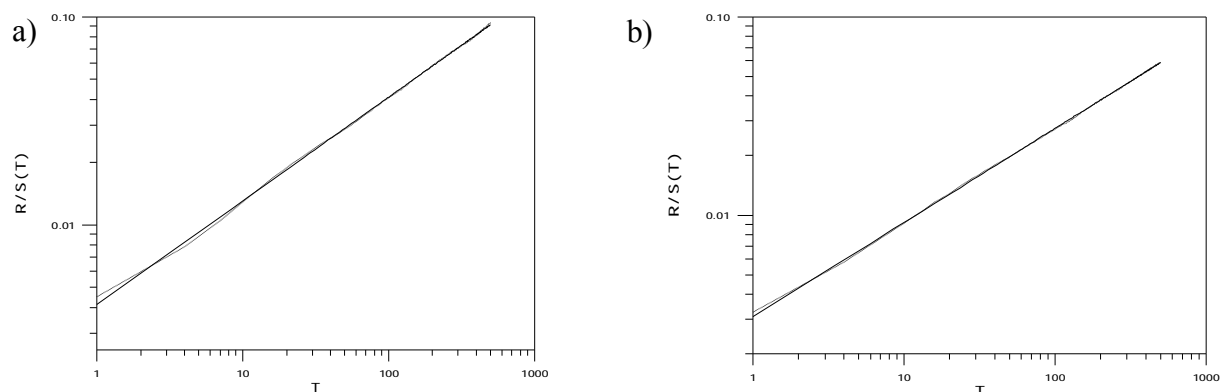
Jak można było przypuszczać dane DJIA i dane IMCPC generują widma różnego rodzaju. Szeregi czasowe prędkości płynu mają widma zbliżone do widm typu von Kármána⁶, zaś szeregi indeksu DJIA wykazują cechy widm typu Gaussa. W konsekwencji nie można określić charakterystycznej częstości oraz długości cyklu dla danych DJIA. Oznacza to również, iż system kapitałowy nie ma pamięci długookresowe.

Sprawdzenie takiego przypuszczenia, a także generowanie dodatkowych charakterystyk umożliwia analiza R/S. Teoretyczne podstawy algorytmu wyznaczania wykładnika Hursta można znaleźć w pracy Petersa⁷. Wyniki takich analiz dla danych DJIA zawierają rys. 7a i 7b.

⁵ R. N. Mantegna, H. E. Stanley, *An Introduction to Econophysics Correlations and Complexity in Finance*, Cambridge University Press 2000, s. 53.

⁶ I.I Gichman, A. W. Skorochod, *Wstę do teorii procesów stochastycznych*, Warszawa 1968.

⁷ E. F. Peters, *Teoria chaosu a rynki kapitałowe*, Warszawa 1997, s. 63-104



Rys. 7. a) Analiza R/S logarytmicznych stóp zwrotu indeksu DJIA (1986-1988). Przebieg $R/S(T)$ (linia przerywana) oraz dopasowana funkcja liniowa (linia ciągła). Współczynnik $H=0,54$. b) Analiza R/S logarytmicznych stóp zwrotu indeksu DJIA (1996-1998). Przebieg $R/S(T)$ (linia przerywana) oraz dopasowana funkcja liniowa (linia ciągła). Współczynnik $H=0,52$.

Badane szeregi DJIA mają charakter perystentny ($H > 0,5$), lecz bliski losowemu. Ponadto nie wykryto dla nich, w analizowanym zakresie, żadnych zmian własności skalujących, co potwierdza wyniki analizy widmowej (brak częstości charakterystycznych). Wyniki uzyskane poprzednio⁸ dla danych turbulentnych pokazują odmienny charakter tych systemów. Mimo, iż dla bardzo krótkich przedziałów czasowych $T \approx 7$ wykazują cech szeregów perystentnych, jednak cały szereg wykazuje właściwości szeregów antyperystentnych ($H \sim 0,30$).

Sumując powyższe wyniki można stwierdzić, iż systemy finansowe i analizowane dane turbulenty różnią się zdecydowanie, zarówno pod względem rodzaju szeregu, długości korelacji w szeregu czasowym oraz rodzaju widma gęstości mocy. Nowe światło mogłyby rzucić tylko badania odnoszące się do „ciągłych” szeregów finansowych. Analizy takie zostaną przeprowadzone jako następny etap omawianych tu badań.

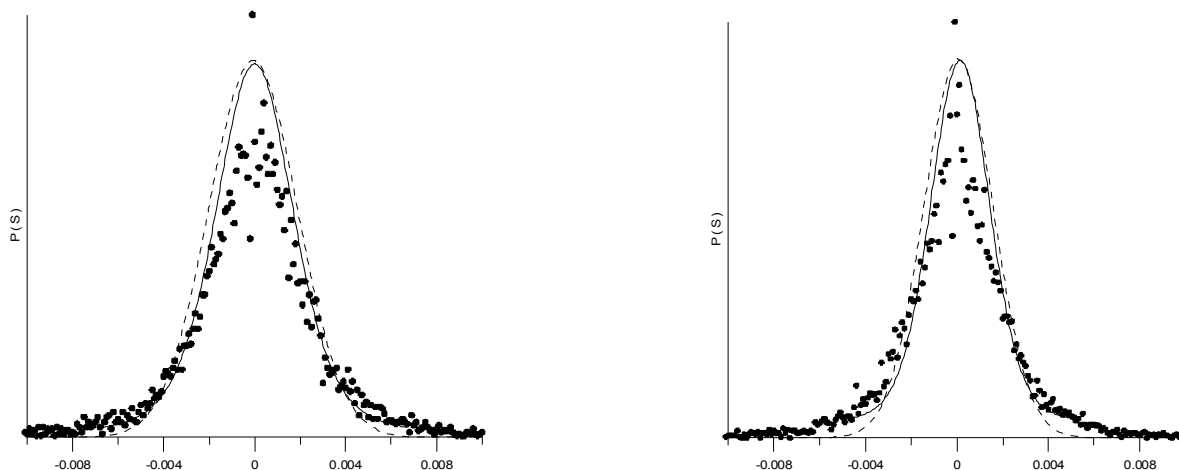
3. Modelowanie szeregów czasowych

W prezentowanych badaniach podjęte zostały również próby dopasowania analizowanych szeregów czasowych do istniejących stochastycznych modeli cen. Użyto w tym celu metod i modeli zaproponowanych przez Mantegna i Stanley⁹, oraz wykorzystano odpowiednie algorytmy opisane przez autorów tego artykułu⁸. Wybrane wyniki tych analiz zawierają rys. 8a i 8b.

Analizowane systemy wykazują wyraźne odstępstwa od rozkładu Gaussa. Przejawia się to głównie w leptokurtozie ich rozkładów, a to sugeruje że nie podlegają one czystem ruchom Browna. Próba dopasowania rozkładów Lévy’ego dała lepsze rezultaty niż dla rozkładu normalnego. Daje się to zauważyć zwłaszcza dla „ogonów” funkcji rozkładu prawdopodobieństwa badanych szeregów czasowych. Jednakże i ten rozkład modeluje niedokładnie funkcję $P(S)$ zwłaszcza w części centralnej rozkładu. Zwróćmy uwagę, że może to również być spowodowane ograniczeniami numerycznymi użytych algorytmów przy wyznaczenia poszczególnych punktów $P(S)$. Jednoznaczna odpowiedź wymaga dodatkowych badań.

⁸ W. A. Kamiński, R. Ogrodowczyk, *Analiza turbulencyjna rynków kapitałowych*, wysłano do publikacji

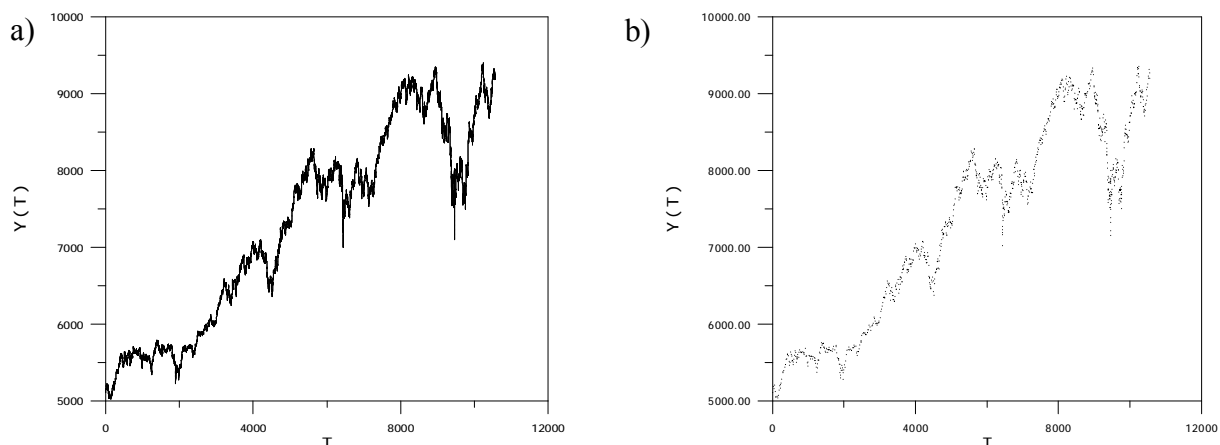
⁹ R. N. Mantegna, H. E. Stanley, *An Introduction to Econophysics Correlations and Complexity in Finance*, Cambridge University Press 2000, s. 14-19, s. 60, s. 64-67.



Rys. 8. a) Rozkład prawdopodobieństwa $P(S)$ logarytmicznych stóp zwrotu dla indeksu (1986-1988). Dopasowano Rozkład Gaussa (linia przerywana) i rozkład TLF (linia ciągła). Współczynnik $\alpha=1,9$. b) Rozkład prawdopodobieństwa $P(S)$ logarytmicznych różnic prędkości dla serii pomiarowej 1. Dopasowano Rozkład Gaussa (linia przerywana) i rozkład TLF (linia ciągła). Współczynnik $\alpha=1,75$. Dla indeksu DJIA przyjęto oznaczenie $Z=S$ w celu ujednolicenia opisu z danymi turbulentnymi.

4. Prognozowanie zachowania szeregu DJIA

Szeregi czasowe indeksu DJIA zostały poddane również próbie predykcji ich zachowań. Wykorzystano do tego celu teorię transportu energii przez struktury koherentne oraz hipotezę Reynoldsa¹⁰. Algorytm postępowania oraz rezultaty obliczeń dla szeregów IMCPC pochodzą z pracy autorów tego opracowania¹¹. Wyniki uzyskane dla danych finansowych przedstawiają na rys. 9a i 9b.



Rys. 9. a) Szereg cenowy indeksu DJIA z lat 1996-1998 (linia czarna) i ceny $\bar{Y}(T)$ (linia przerywana) dla $a=0,386$. b) Szereg cenowy indeksu DJIA z lat 1996-1998 (linia czarna) i ceny $\bar{Y}(T)$ (linia przerywana) dla $a=1000$.

¹⁰ J.W. Elsner, *Turbulencja przepływów*, Warszawa 1987, s. 27-28, s. 13-14.

¹¹ W. A. Kamiński, R. Ogrodowczyk, *Analiza turbulencyjna rynków kapitałowych*, wysłano do publikacji

Wynika z nich, że dla wartości parametru a zbliżonej lub mniejszej od średniej wartości odchyżeń badanego szeregu pokrywa się całkowicie z szeregiem generowanym. Dla a większego od teźże średniej fluktuacje generowanego szeregu są znacznie większe od wyjściowego.

Uzyskane wyniki podtrzymały wszystkie wstępne tezy poprzedni przeprowadzonych badań¹². Możliwe stało się także wysunięcie kolejnego uogólnienia. Jesteśmy zdania, iż rozpatrywana tu metoda nie jest adekwatna w odniesieniu do perystentnych szeregów czasowych. Za powyższym przemawia fakt, że analizowane w tej pracy dane giełdowe były szybkozmienne, a ich widmo miało ten sam typ co widmo generowanych liczb losowych. Dalsze zwiększenie częstości zapisu szeregów finansowych, czy zmiana widma generowanych liczb losowych nie mogą najpewniej przynieść zmiany interpretacji wysuniętych wniosków. Użyta metoda turbulencji daje oczekiwane rezultaty tylko dla szeregów antyperstentnych.

5. Wnioski

Analiza szybkozmiennych danych z rynków kapitałowych pozwoliła na wyraźne przedstawienie różnic między rozpatrywanymi systemami. Podkreślenia wymaga fakt, iż wszystkie otrzymane wyniki, nie są obciążone niedokładnościami wynikającymi ze zbyt małej liczby danych, czy małej częstości zapisu. W tym sensie przedstawione wnioski mają charakter ogólniejszy

6. Pakiet Mathematica

Zaprezentowane wyniki, a także ich graficzne przedstawieni osiągnięte zostały z wykorzystaniem programu Mathematica 4.1¹² i jego narzędzi prezentacyjnych. Pakiet Mathematica firmy Wolfram Research Inc. jest jednym z najbardziej zaawansowanych tego typu pakietów dostępnych obecnie na rynku. Program oferuje obliczenia zarówno symboliczne jak i numeryczne, graficzną prezentację danych wraz z możliwością numerycznego dopasowywania wyników metodami minimalizacji błędów, a także tworzenie animacji wyników. Posiada on również własny język programowania umożliwiający tworzenie w pełni funkcjonalnych modułów. Interfejs MathLink integruje wcześniej przygotowane fragmenty kodu napisanego w języku C. Tę możliwość wykorzystano na potrzeby tego opracowania.

Pakiet Mathematica, współpracuje ze specjalistycznymi pakietami ułatwiającymi wykonywanie różnorodnych badań. Należą do nich także narzędzia wykorzystane w omawianych wcześniej analizach takie jak pakiet Time Series tworzący kompleksowe środowisko analizy szeregów czasowych, jednej i wielu zmiennych, zarówno stacjonarnych jak i niestacjonarnych. Aplikacja Finance Essentials umożliwiającą projektowanie i analizowanie różnych zagadnień systemów finansowych, narzędzia Technical Trader ułatwiają techniczną analizę na przykład rynków finansowych.

Najnowsza wersja Mathematic 4.2 została rozbudowana o nowe opcje wspomagające zwłaszcza eksport/import danych do różnych formatów (takich jak HTML czy XML) i ułatwiające prezentacje otrzymanych wyników.

Dostępność na wszystkich rozpowszechnionych platformach systemowych, przystępna literatura, również w formie elektronicznej¹³, mnogość oferowanych funkcji czy

¹² Obliczeń wykonano posługując się programem Mathematica 4.1 zainstalowanym na serwerze w Zakładzie Fizyki Systemów Złożonych UMCS w Lublinie.

¹³ Np. *Guide to Standard Mathematica Packages*, Wolfram Research; *MathLink Reference Guide*, Wolfram Research.

możliwość wykorzystywania wcześniej używanych fragmentów algorytmów w dalszych badaniach i dynamiczny rozwój oprogramowania sprawia, że pakiet Mathematica umożliwia powodzenie zaawansowanych analiz w różnych dziedzinach.

Literatura

- [1] W. A. Kamiński, R. Ogrodowczyk, Analiza turbulencyjna rynków kapitałowych, wysłane do publikacji
- [2] J.W. Elsner, Turbulencja przepływów, Warszawa 1987.
- [3] R. N. Mantegna, H. E. Stanley, An Introduction to Econophysics *Correlations and Complexity in Finance*, Cambridge University Press 2000.
- [4] R. N. Mantegna, H. E. Stanley, *Stochastic Process with Ultraslow Convergence to a Gaussian: The truncated Lévy Flight*, Phys. Rev. Lett. 73 (1994), 2946-2949.
- [5] R. Wyrzykowski, *Metody matematyczne w fizyce*, Rzeszów 1995.
- [6] E. E. Peters, *Teoria chaosu a rynki kapitałowe*, Warszawa 1997.
- [7] R. N. Mantegna, H. E. Stanley, *Stock market dynamics and turbulence: parallel analysis of fluctuation phenomena*, Physica A 239 (1997), 255-266.
- [8] B. Holdom, *From turbulence to financial time series*, Physica A 254 (1998), 569-576.
- [9] *Workshop on Finance and Turbulence*, preprint, www.maphysto.dk
- [10] S. Ghoshghaie, W. Breymann, J. Peinke, P. Talkner, *Turbulent Cascade in Foreign Exchange Markets*, Nature 381 (1996), 767-770.
- [11] R. N. Mantegna, H. E. Stanley, *Turbulence and Financial Markets*, Nature 383 (1994), 587-588.
- [12] *Guide to Standard Mathematica Packages*, Wolfram Research.
- [13] *MathLink Reference Guide*, Wolfram Research.
- [14] G.drwal, R. Grzymkowski, A. Kapusta, D.Słota, *Mathematica dla każdego*, Gliwice 1996.